Открытые элементы симметрии в бесконечных периодических фигурах

1. Параллельный перенос (translation)

2. **Скользящее отражение (glide plane)**

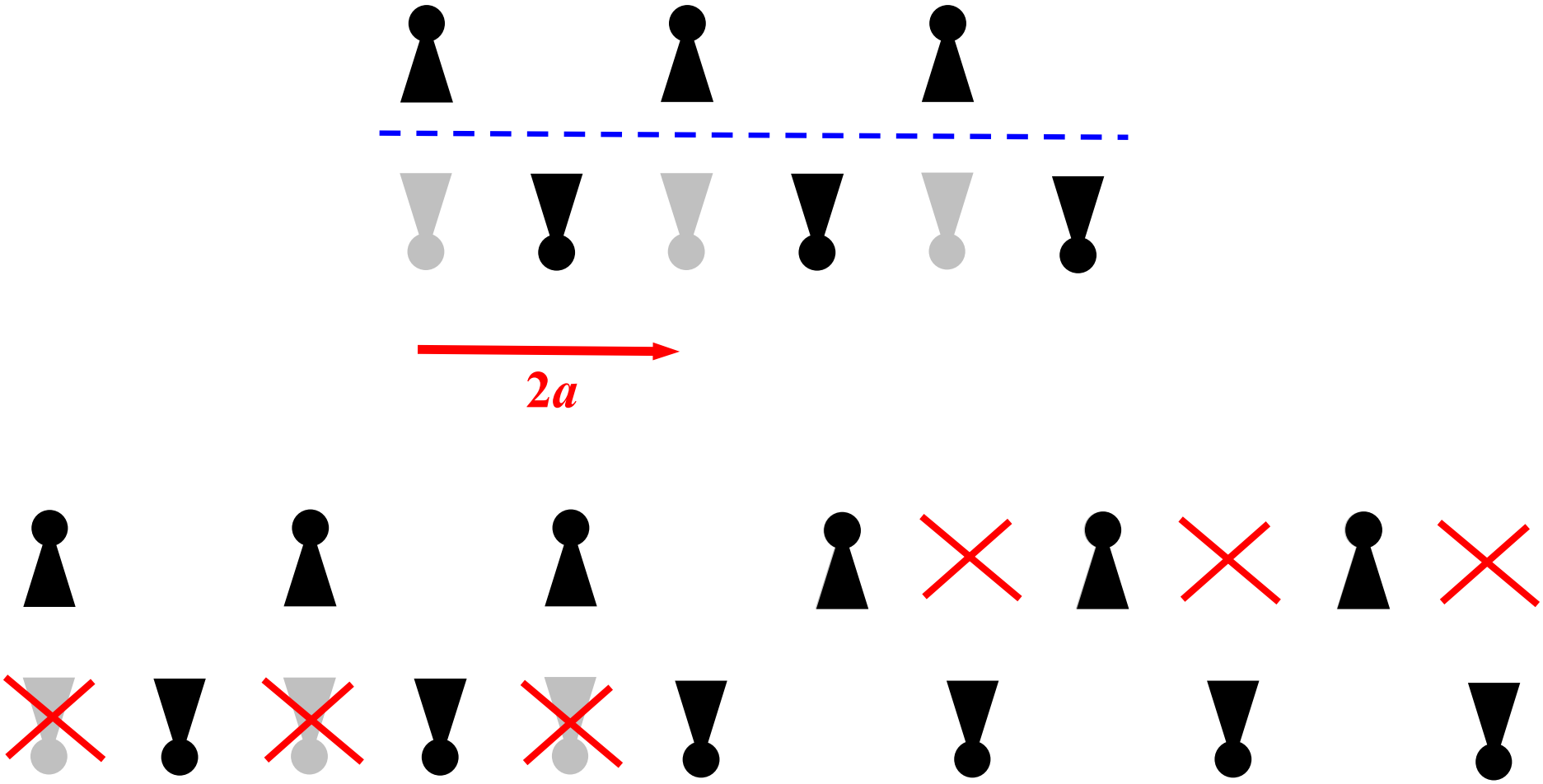
3. **Винтовое движение (screw axis)**

Закрытые элементы симметрии R порядка **n**:
$\mathbf{R^n = 1}$ (тождественное преобразование)

Открытые элементы симметрии R в кристалле:
$\mathbf{R^n = t}$ (**трансляция вдоль элемента симметрии**)

В общем случае для открытого элемента R
$\mathbf{R^n = pt}$, где $p < n$ – целое число

«Скользящее отражение»:
отражение + сдвиг на 1/2 трансляции



его компоненты по отдельности отсутствуют

Плоскости скольжения
Отражение + сдвиг 1/2 t

Сдвиг в составе открытого кристаллографического элемента симметрии – **доли трансляции**:

1/2 t – плоскости ***a, b, c, n, e***;

1/4 t – плоскость ***d (в центрированных решетках, сдвиг на 1/2 от центрирующей трансляции)***

В проекции вдоль направления переноса орбиты открытых и закрытых элементов симметрии выглядят одинаково

- $z = nt\ (n = 0, \pm1, \ldots)$



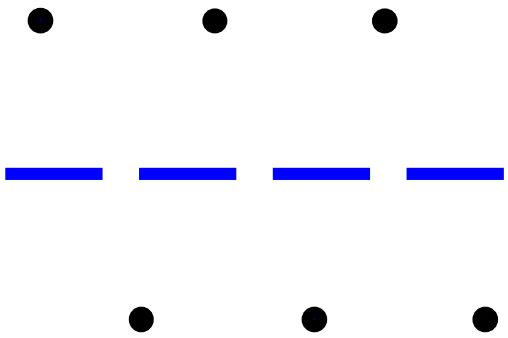
- $z = nt$

- $z = nt$

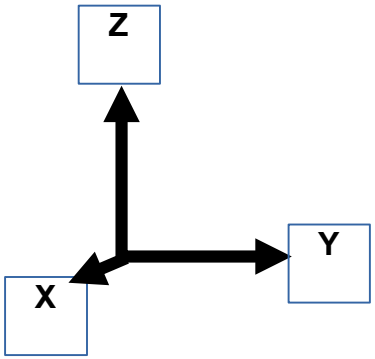


- $z = t/2+nt =(n+1/2)t$

Перенос перпендикулярно плоскости рисунка

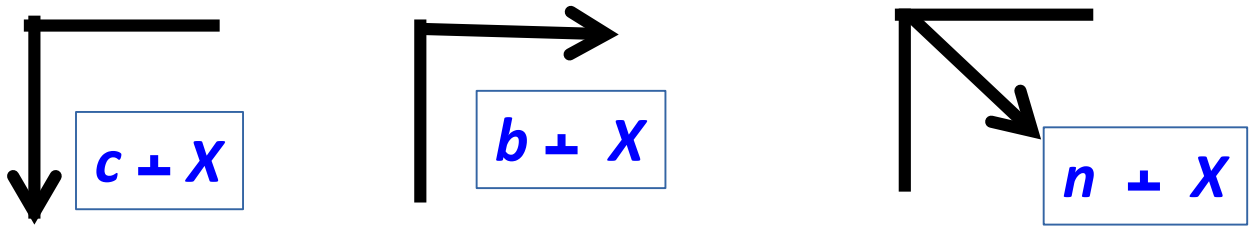


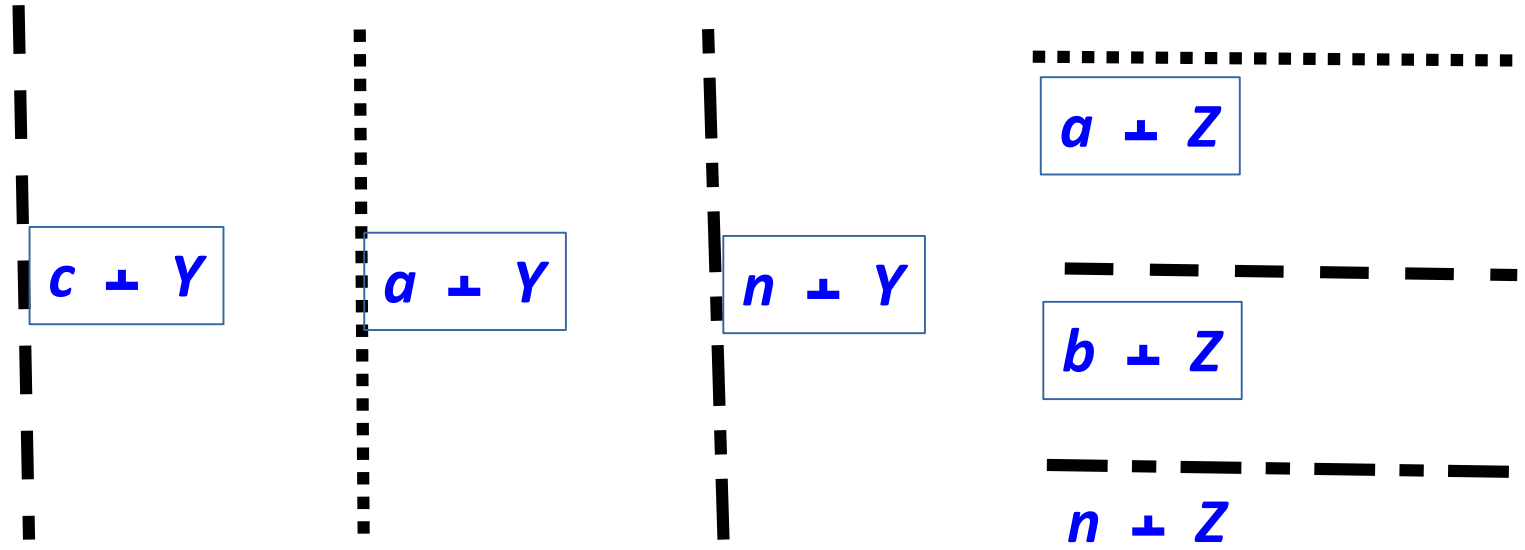
Перенос в плоскости рисунка

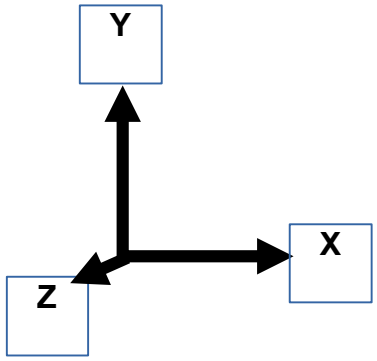


Плоскости скользящего отражения *a, b, c, n*:

название плоскости зависит от того, вдоль какого координатного направления идет сдвиг

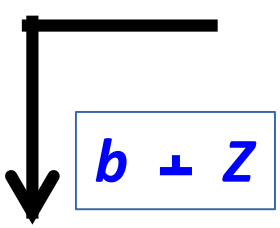


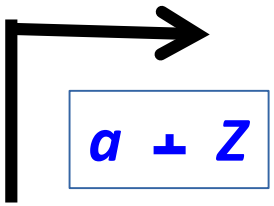


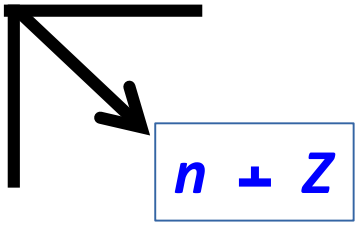


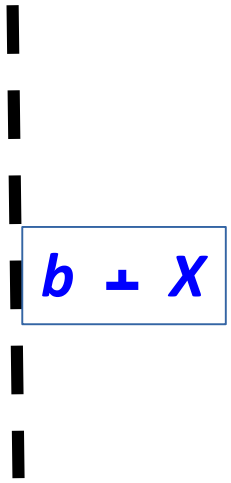
Плоскости скользящего отражения *a, b, c, n*:

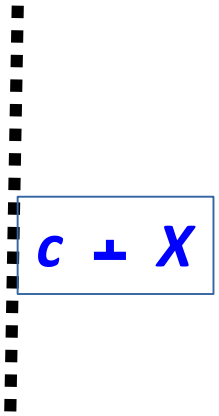
название плоскости зависит от того, вдоль какого координатного направления идет сдвиг

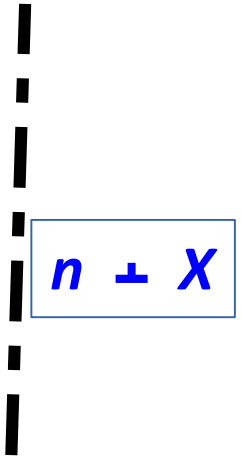


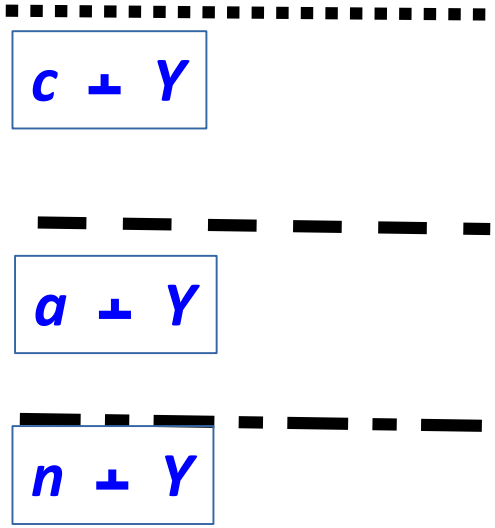






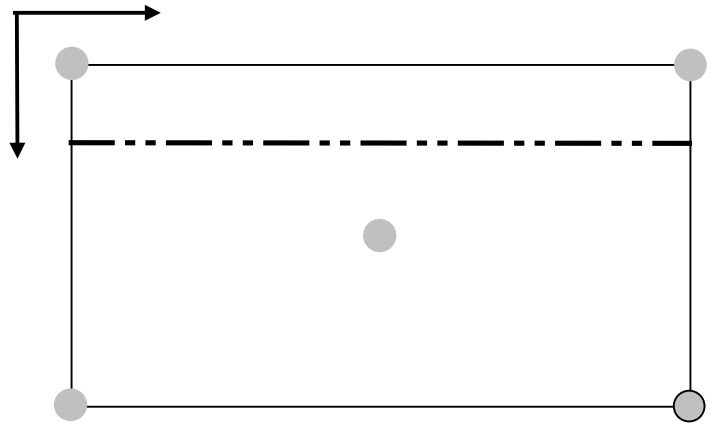






Плоскость ***e*** – сдвиг на 1/2 трансляции по двум взаимно перпендикулярным направлениям: наложение плоскостей ***a*** и ***b***, ***a*** и ***c*** или ***b*** и ***c***

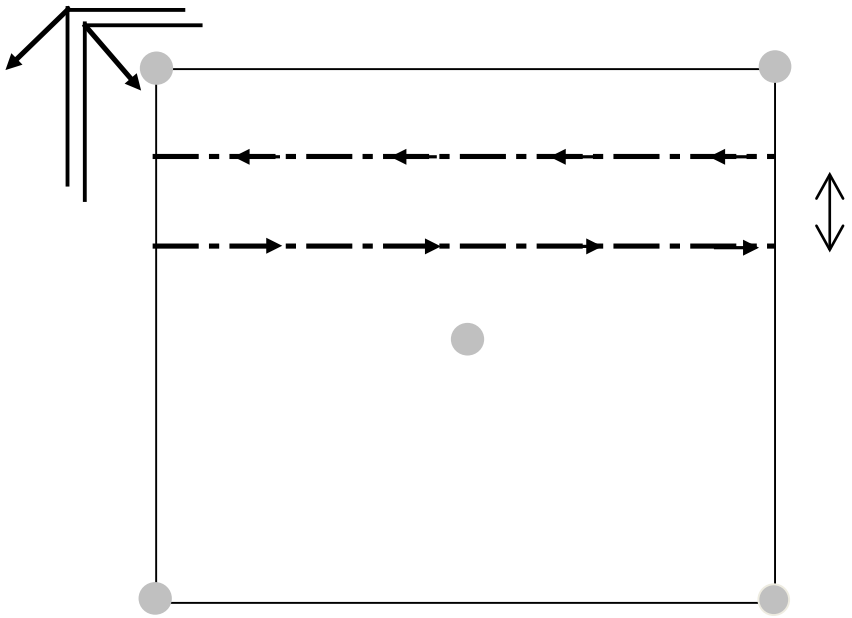
только в центрированных решетках



в кристаллах хлора, брома, иода, черного фосфора и др.,

Плоскость ***d*** – только в центрированных решетках

отражение + сдвиг на 1/2 центрирующей трансляции $t_{центр}$,
т.е. на *1/4(**a**+**b**), 1/4(**a**+**c**), 1/4(**b**+**c**)* или *1/4(**a**+**b**+**c**)*



1/4 трансляции

открытый элемент симметрии
2-го порядка, т.к. $\mathbf{d^2 = t_{центр}}$

d – «алмазные» плоскости (*diamond*): в структурах алмаза, олова, ромбической серы, тенардита Na_2SO_4 и мн. др.

Винтовые оси N_p
Поворот + сдвиг на (p/n)t

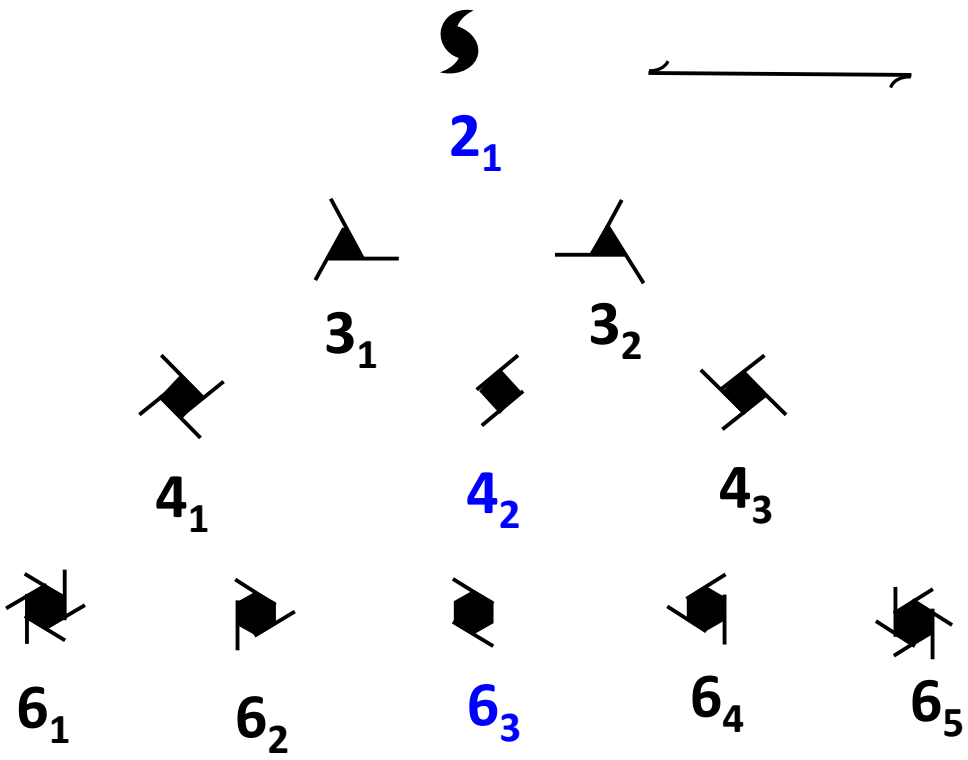
Сдвиг в составе открытого кристаллографического элемента симметрии – **доли трансляции**:

1/2 t - оси 2_1, 4_2, 6_3
1/3 t – оси 3_1 (3_2), 6_2 (6_4)
1/4 t – плоскость ***d***, оси 4_1 (4_3)
1/6 t – оси 6_1 (6_5)

Винтовые оси N_k

поворот на $360^o/N$ + сдвиг на t (k/N)

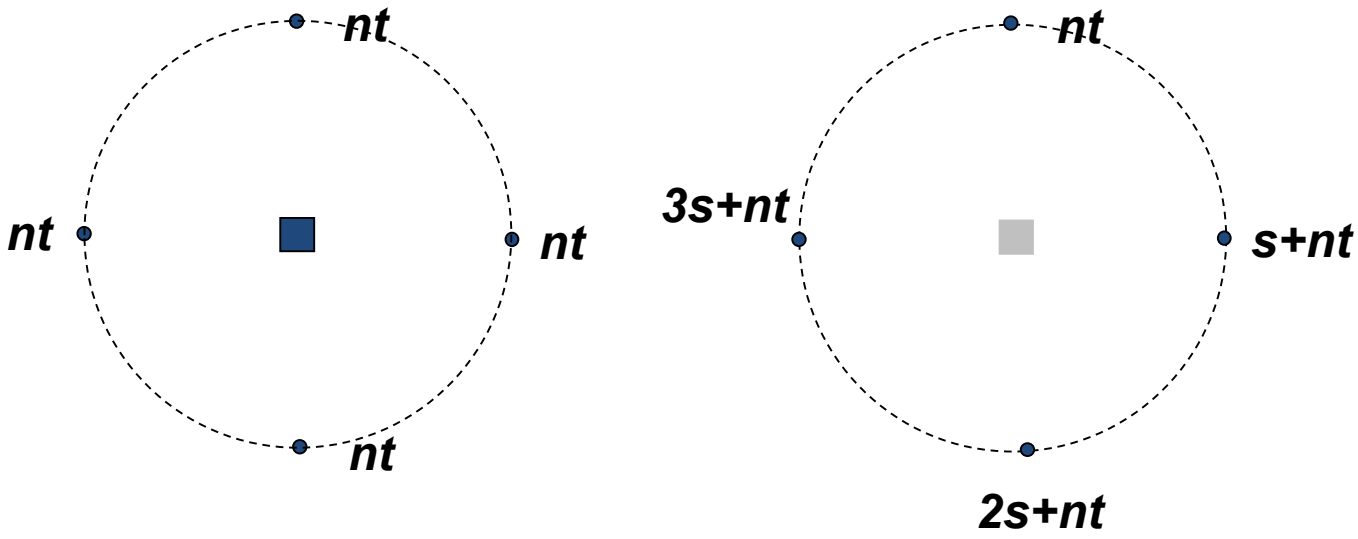
k=1, 2, …, (N-1)



оси N_k и N_{n-k} энантиоморфны («левая» и «правая» формы одной «спирали»)

(оси 2_1, 4_2 и 6_3 не имеют «левой» и «правой» форм)

В проекции вдоль направления переноса орбиты открытых и закрытых элементов симметрии выглядят одинаково



в трансляции kt (k<4) должно уложиться целое число переносов s

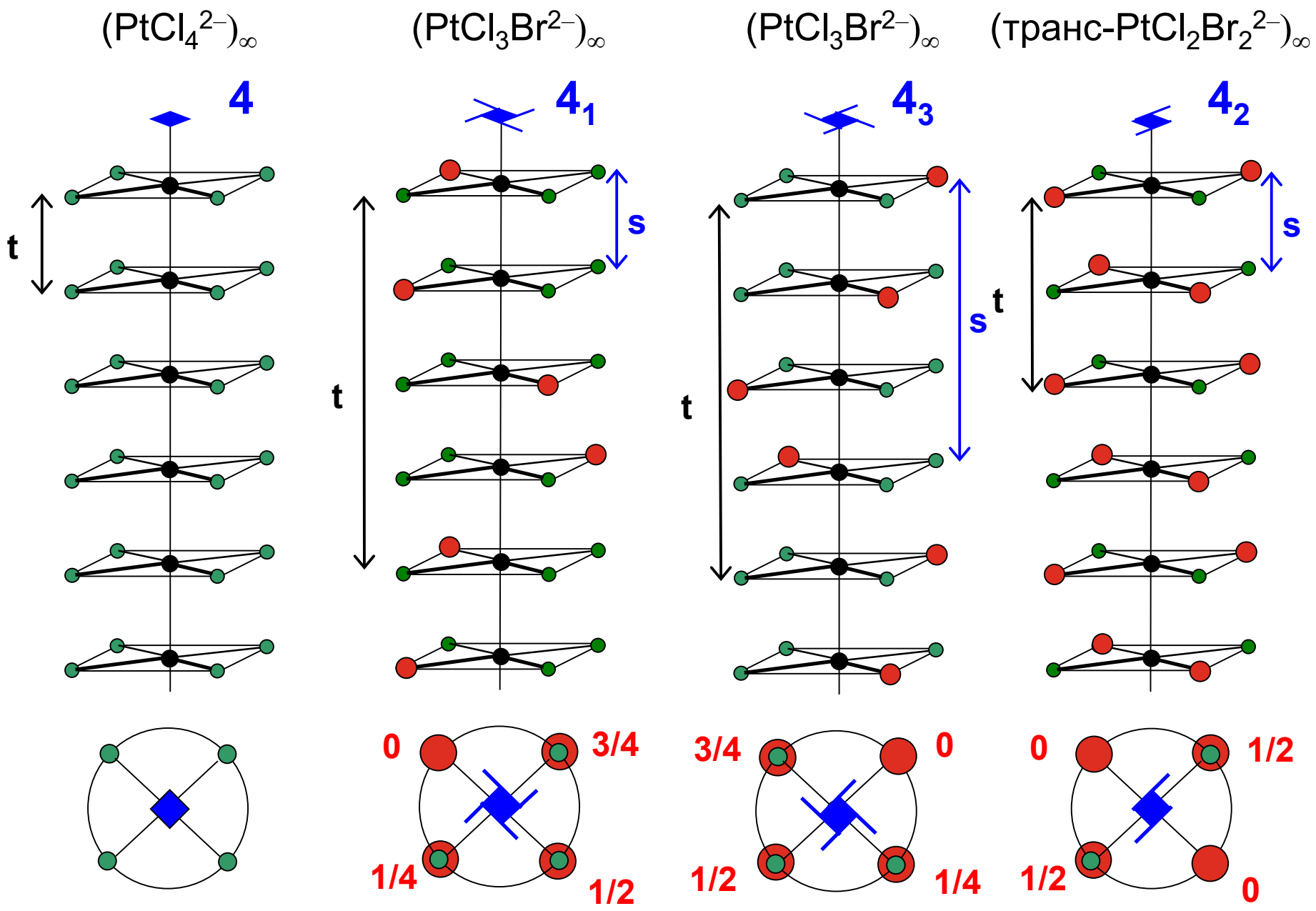
4s = kt (k<4)

т.е. ***s = (t/4)k***

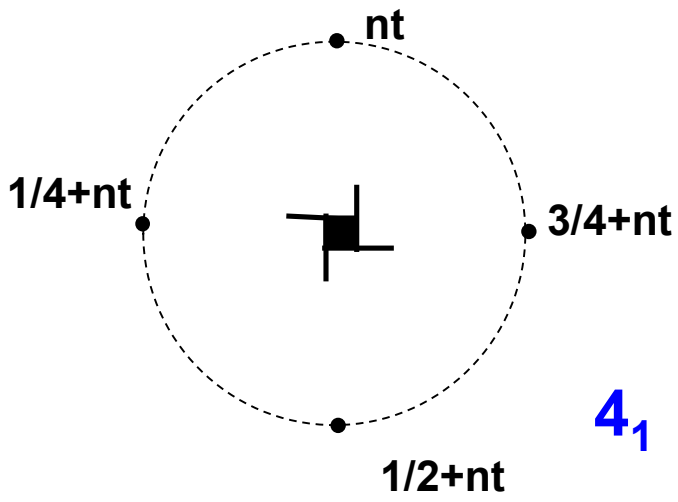
поэтому возможны

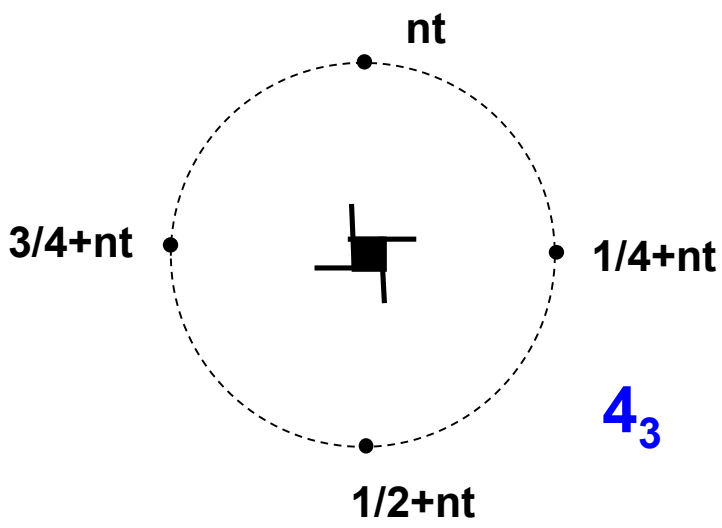
4_1, 4_2. 4_3

Винтовые оси



Пример: оси 4_1 и 4_3



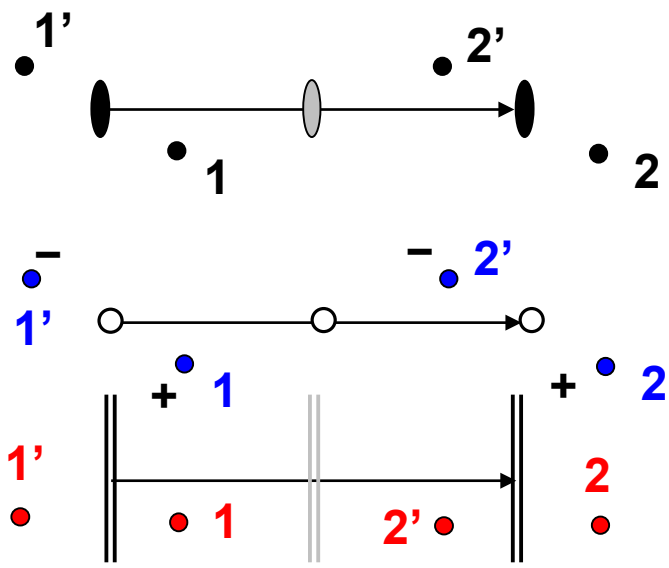


Взаимодействие элементов симметрии и простейшие графики групп

Взаимодействие элементов симметрии второго порядка с перпендикулярными трансляциями

Элемент симметрии 2-го порядка
($2 \cdot 2 = 2^2 = 1$, $m^2 = 1$, $\bar{1}^2 = 1$)
+ перпендикулярная трансляция $t_\perp$:
появляется тот же элемент на t/2

Закрытый элемент + трансляция:

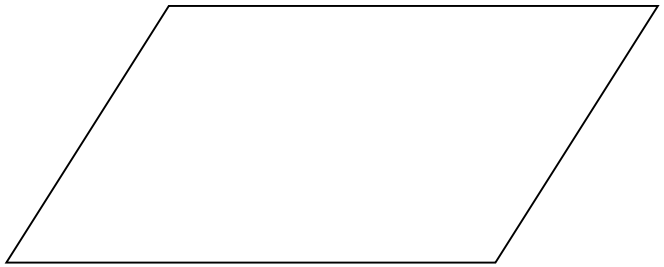


ось 2: 1→1’
трансляция t: 1→2, 1’→2’ – перенос оси 2
точки 1→2’ – «порожденная» ось 2 на t/2

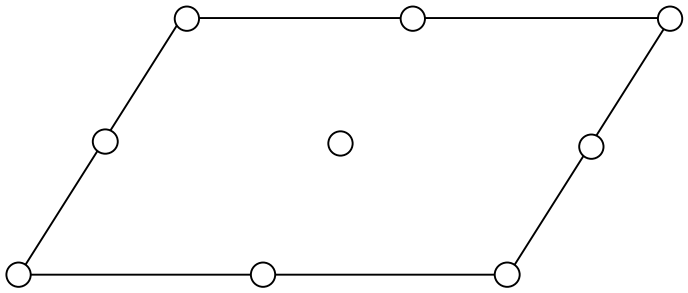
для центра инверсии и плоскости m, перпендикулярной t, для оси 2_1 и плоскостей скольжения выводится так же

Триклинная сингония

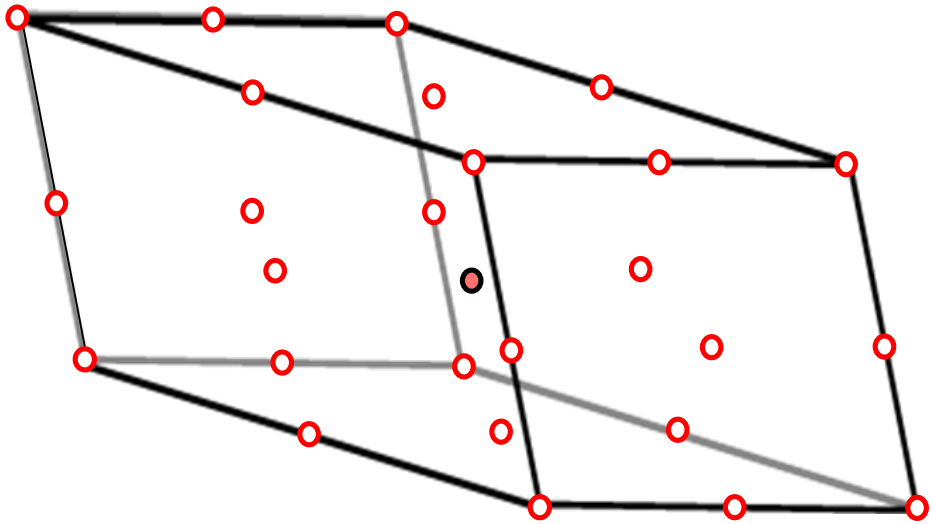
косоугольные проекции:



группа P 1



группа P $\bar{1}$



Расположение центров инверсии в элементарной ячейке триклинной сингонии (восемь симметрически независимых центров)

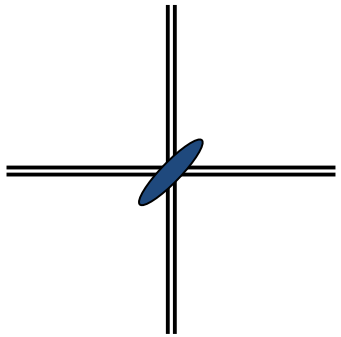
Взаимодействие открытых и закрытых элементов симметрии второго порядка между собой:

(1) возникновение нового элемента

(2) перемещение нового элемента

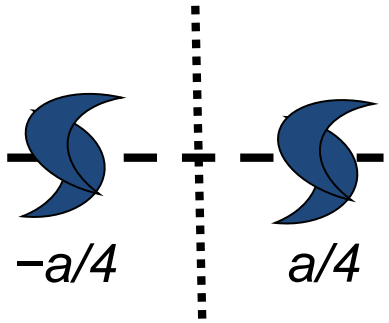
Если $\mathbf{s} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$ – суммарный сдвиг в составе взаимодействующих элементов $R_1(\mathbf{s}_1)$ и $R_2(\mathbf{s}_2)$, то его можно разложить на параллельную и перпендикулярную составляющие: $\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\parallel} + \mathbf{s}_{\perp}$

где $\mathbf{s}_{\parallel}$ «**вливается**» в новый элемент, а $\mathbf{s}_{\perp}$ **перемещает** его на величину $\mathbf{s}_{\perp}/2$



mm2

$s_{\parallel} = s_{\perp} = 0$



“ca2₁”

$s_{\parallel} = c/2$

$s_{\perp} = a/2$